

Transporttheorie für isotrope Zweibandleiter*

Von H. WAGINI

Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke AG, Erlangen

(Z. Naturforschg. 19 a, 1527—1541 [1964]; eingegangen am 28. Februar 1964)

Die Theorie der Transporterscheinungen wird allgemein für isotrope Zweibandleiter mit beliebigem $\varepsilon(k)$ -Verlauf der Bänder dargestellt. Spezielle Transportintegrale für parabolische Bänder und für das nichtparabolische InSb-Leitungsband (KANESche Form) werden in der Näherung schwächer ($\mu B \ll 1$) und starker ($\mu B \gg 1$) Magnetfelder bei Streuung an akustischen und optischen Phononen sowie an Ionen numerisch berechnet und tabellarisch zusammengestellt.

Die Theorie der von Ladungsträgern verursachten elektrischen und thermischen Effekte im Magnetfeld, kurz Transporttheorie genannt, ist für den isotropen Zweibandhalbleiter mit parabolischen Bändern ($\varepsilon \sim k^2$) von MADELUNG¹ einheitlich dargestellt worden. Erst in jüngster Zeit hat man den starken Einfluß der Nichtparabolizität auf verschiedene Transportgrößen erkannt. Inzwischen sind einige Arbeiten erschienen, welche die Erweiterung der Transporttheorie auf nichtparabolische Bänder zum Thema haben^{2—10a}. Der Weg zur Ableitung der Transportkoeffizienten ist somit schon vorgezeichnet. In dieser Arbeit wird versucht, möglichst übersichtliche Unterlagen in Form von Tabellen für die Auswertung experimenteller Ergebnisse zusammenzustellen.

Im ersten Abschnitt wird die Transporttheorie in voller Allgemeinheit für den isotropen Zweibandhalbleiter mit beliebigem $\varepsilon(k)$ -Verlauf der Bänder dargestellt; dabei schließen wir uns im Formalismus soweit wie möglich MADELUNG¹ an. Anschließend werden die Transportkoeffizienten spezialisiert auf schwache ($\mu B \ll 1$) und starke ($\mu B \gg 1$) Magnetfelder. Im zweiten Abschnitt werden die Schwach- und Starkfeld-Transportintegrale für parabolische Bänder numerisch zusammengestellt. Im dritten Abschnitt wird eine analoge Aufstellung für das stark nichtparabolische InSb-Leitungsband (KANESche Bandform) gemacht.

Die einzelnen, im Verlauf der Rechnung auftretenden Größen für Elektronen im Leitungsband bzw. Löcher im Valenzband werden durch die Indizes n bzw. p charakterisiert. Im Vorzeichen unterscheiden sich primär beide Teilchensorten nur in ihrer Ladung ($e_n = -e$; $e_p = +e$) und der Richtung der Energiezählung. Die Indizierung (n, p) [oder ν] gibt an, daß die Gleichung sowohl für Elektronen n als auch für Löcher p gilt, sofern durchweg (n, p) [oder ν] durch den entsprechenden Index n bzw. p ersetzt wird.

1. Isotrope Bänder mit beliebigem $\varepsilon(k)$ -Verlauf

Ein beliebiger aber isotroper $\varepsilon(k)$ -Verlauf von Leitungs- und Valenzband wird als gegeben vorausgesetzt. Wir definieren eine positive Masse \tilde{m}_ν :

$$\frac{1}{\tilde{m}(\varepsilon_\nu)} = \frac{1}{\hbar^2 \cdot k(\varepsilon_\nu)} \frac{d\varepsilon_\nu}{dk} \quad (1)$$

mit $\varepsilon_n = E - E_L$, $\varepsilon_p = E_V - E$; E_L = untere Leitungsbandkante, E_V = obere Valenzbandkante.

Diese Masse ist für nichtparabolische Bänder eine energieabhängige Größe. Zusammen mit der allgemein gültigen Beziehung

$$\mathbf{v}_\nu = (1/\hbar) \operatorname{grad}_k \varepsilon_\nu \quad (2)$$

erhält man $\mathbf{v}_\nu = (\hbar \vec{k}_\nu) / \tilde{m}_\nu$. (3)

⁵ R. BARRIE, Proc. Phys. Soc., Lond. B **69**, 553 [1956].

⁶ H. EHRENREICH, J. Phys. Chem. Solids **9**, 129 [1959].

⁷ J. KOŁODZIEJCZAK, Acta Phys. Polon. **20**, 379 [1961].

⁸ W. ZAWADZKI, phys. stat. solidi **2**, 385 [1962].

⁹ J. KOŁODZIEJCZAK, Acta Phys. Polon. **20**, 289 [1961].

¹⁰ T. C. HARMAN u. J. M. HONIG, J. Phys. Chem. Solids **23**, 913 [1962].

^{10a} T. C. HARMAN, J. M. HONIG u. B. M. TARMY, J. Phys. Chem. Solids **24**, 835 [1963].

* Erste Teilveröffentlichung der Dissertation an der Universität München.

¹ O. MADELUNG, Handbuch der Physik, Bd. 20, Springer-Verlag, Berlin 1957.

² H. EHRENREICH, J. Phys. Chem. Solids **2**, 131 [1957].

³ J. KOŁODZIEJCZAK u. L. SOSNOWSKI, Acta Phys. Polon. **21**, 399 [1962].

⁴ G. I. GUSEVA u. I. M. TSIDLKOVSKII, Soviet Phys.-Solid State **4**, 1824 [1963].



Diese Masse („Impulsmasse“) verknüpft die Geschwindigkeit \mathbf{v} mit dem Wellenzahlvektor \vec{k} . Davor zu unterscheiden ist die im Kraftgesetz

$$\mathbf{F}_\nu = \hat{m}_\nu \dot{\mathbf{v}}_\nu \quad (4)$$

auftretende effektive Masse („Kraftmasse“):

$$\hat{m}_\nu^{-1} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 \varepsilon_\nu}{dk^2}. \quad (5)$$

Nur im Falle parabolischer Bänder sind „Impuls“ und „Kraftmasse“ identisch:

$$\tilde{m}_\nu = \hat{m}_\nu = \text{const.} \equiv m_\nu^*.$$

Für die Berechnung der Transportgrößen muß die Verteilungsfunktion von Elektronen und Löchern bei Anwesenheit äußerer Felder (elektrisches Feld: \mathbf{E} , magnetische Induktion: \mathbf{B} und Temperaturgradient: $\text{grad}_r T$) bekannt sein. Im thermischen Gleichgewicht (d. h. ohne äußere Felder) ist die Verteilung der Ladungsträger, als Teilchen mit halbzahligem Spin, durch die FERMI-Verteilung gegeben:

$$f_{0\nu} = \frac{1}{1 + \exp \{(\varepsilon_\nu - \zeta_\nu)/k_0 T\}}; \quad (6)$$

$\zeta_n = \zeta - E_L$, $\zeta_p = E_V - \zeta$, k_0 = BOLTZMANN-Konstante, T = absolute Temperatur, ζ = FERMI-Niveau.

Die durch die äußeren Felder hervorgerufene kleine Störung der Gleichgewichtsverteilung

$$f_\nu = f_{0\nu} + \Delta f_\nu = f_{0\nu} + \vec{k}_\nu \cdot \tilde{\chi}(k). \quad (7)$$

$-\tilde{\chi}(k)$ sei eine kleine, noch unbekannte Störfunktion, die nur vom Betrag des Wellenzahlvektors abhängt — erhält man als Lösung der BOLTZMANN-schen Stationaritätsbedingung. Diese lautet mit dem Relaxationszeitansatz für den Stoßterm:

$$-\mathbf{v}_\nu \text{grad}_r f_\nu - \vec{k}_\nu \text{grad}_k f_\nu = \frac{\Delta f_\nu}{\tau_\nu} \quad (8)$$

Mit dieser vereinfachten Form, die für die Theorie eine wesentliche Erleichterung darstellt, beschränkt man sich auf Streumechanismen, die durch Relaxationszeiten zu beschreiben sind. Die drei für den Halbleiter wesentlichen Arten der Ladungsträgerstreue fallen darunter:

1. Streuung an akustischen Phononen,
2. Streuung an optischen Phononen ($T > \Theta$),
3. Streuung an Ionen.

Bei der Streuung an optischen Phononen erfaßt man damit allerdings nur den Temperaturbereich oberhalb der DEBYE-Temperatur Θ .

Nach KOLODZIEJCZAK und SOSNOWSKI³ läßt sich die Energieabhängigkeit der Ladungsträgerbeweglichkeit $\mu_{q\nu}$ für obige Streumechanismen allgemein schreiben:

$$\begin{aligned} \mu_{q\nu} &= \frac{e_\nu}{\tilde{m}_\nu} \tau_{q\nu} \\ &= \mu_{q0\nu} [k(\varepsilon_\nu)]^q \left(\frac{d\varepsilon_\nu}{dk} \right)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

mit

$$\begin{aligned} q_{\text{akust.}} &= -3, \quad q_{\text{opt.}} = -1 \quad (T > \Theta), \quad q_{\text{Ion}} = +1, \\ e_n &= -e, \quad e_p = +e, \quad e = \text{Betrag der Elementarladung.} \end{aligned}$$

Ohne Magnetfeld ist die äußere Kraft \mathbf{F} der Gradient der gesamten potentiellen Energie des Ladungsträgers (vgl. ¹¹). Im Magnetfeld kommt die LORENTZ-Kraft hinzu, so daß insgesamt gilt:

$$\mathbf{F}_\nu = e_\nu (\mathbf{E} + [\mathbf{v}_\nu \mathbf{B}]) - \frac{\partial E_\nu^0}{\partial T} \text{grad}_r T \quad (10)$$

mit $E_n^0 = E_L$; $E_p^0 = -E_V$.

Berücksichtigt man

$$\mathbf{F}_\nu = \hbar \vec{k}_\nu \quad (11)$$

sowie

$$\text{grad}_k f_\nu = \frac{\partial f_{0\nu}}{\partial \varepsilon_\nu} \frac{\hbar^2}{\tilde{m}_\nu} \vec{k}_\nu + \text{grad}_k (\Delta f_\nu) \quad (12)$$

und vernachlässigt

$$\begin{aligned} \text{grad}_r (\Delta f_\nu), \quad \mathbf{E} \text{grad}_k (\Delta f_\nu), \\ \frac{\partial E_\nu^0}{\partial T} (\text{grad}_k (\Delta f_\nu) \cdot \text{grad}_r T), \end{aligned}$$

so findet man schließlich für die BOLTZMANN-Gleichung:

$$-\Delta f_\nu = \vec{k}_\nu \mathbf{K}_\nu + [\vec{k}_\nu \mathbf{s}_\nu] \text{grad}_k (-\Delta f_\nu) \quad (13)$$

mit

$$\mathbf{K}_\nu = \tau_{q\nu} \frac{\hbar}{\tilde{m}_\nu} \left\{ \text{grad}_r f_{0\nu} + \frac{\partial f_{0\nu}}{\partial \varepsilon_\nu} \left(e_\nu \mathbf{E} - \frac{\partial E_\nu^0}{\partial T} \text{grad}_r T \right) \right\},$$

$$\mathbf{s}_\nu = -\tau_{q\nu} \frac{e_\nu}{\tilde{m}_\nu} \mathbf{B}. \quad (14)$$

Hieraus ergibt sich als Lösung der BOLTZMANN-Gleichung für die Abweichung von der Gleichgewichtsverteilung (vgl. ¹):

$$\Delta f_\nu = -\frac{1}{1+s_\nu^2} \vec{k}_\nu \{ \mathbf{K}_\nu + [\mathbf{s}_\nu \mathbf{K}_\nu] + \mathbf{s}_\nu (\mathbf{s}_\nu \mathbf{K}_\nu) \}. \quad (15)$$

Mit der hiermit bekannten, gestörten Verteilungsfunktion der Elektronen und Löcher kann man die

¹¹ O. MADELUNG, Z. Naturforschg. **13a**, 22 [1958].

elektrische Stromdichte und die Energiestromdichte berechnen.

Die elektrische Stromdichte (transportierte Ladung pro Zeit- und Flächeneinheit) ist:

$$\begin{aligned} \mathbf{j} &= \mathbf{j}_n + \mathbf{j}_p & (16) \\ &= (-e) \frac{2}{(2\pi)^3} \int \mathbf{v}_n d\mathbf{f}_n d^3k + e \frac{2}{(2\pi)^3} \int \mathbf{v}_p d\mathbf{f}_p d^3k \end{aligned}$$

und die Energiestromdichte (transportierte Energie pro Zeit- und Flächeneinheit):

$$\begin{aligned} \mathbf{c} &= \mathbf{c}_n + \mathbf{c}_p + \mathbf{c}_L \\ &= \frac{2}{(2\pi)^3} \int \tilde{E}_n \mathbf{v}_n d\mathbf{f}_n d^3k \\ &\quad + \frac{2}{(2\pi)^3} \int \tilde{E}_p \mathbf{v}_p d\mathbf{f}_p d^3k - \chi_L \operatorname{grad}_r T & (17) \end{aligned}$$

mit $\tilde{E}_n = \varepsilon_n + E_L$, $\tilde{E}_p = \varepsilon_p - E_V$.

Hierbei ist $\tilde{E}_{(n,p)}$ die Summe von kinetischer und potentieller Energie, \mathbf{c}_L die von den Phononen getragene, nichtelektronische Energiestromdichte und χ_L die Gitterwärmefähigkeit.

Bei diesem Ansatz wird vorausgesetzt, daß Elektronen und Löcher voneinander unabhängig sind, d. h. keine Wechselwirkung zeigen. „Phonon-drag“-Effekte (anisotrope Elektron-Phonon-Streuung), die nur bei tiefen Temperaturen eine Rolle spielen, sind nicht berücksichtigt.

Setzt man

$$\operatorname{grad}_r f_{0\nu} = - \frac{\partial f_{0\nu}}{\partial \varepsilon_\nu} \left[\frac{\varepsilon_\nu}{T} + T \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\zeta_\nu}{T} \right) \right] \operatorname{grad}_r T, \quad (18)$$

so ergeben sich aus (15), (16) und (17) nach einigen Umformungen die Stromdichten bei beliebig gerichteten elektrischen und magnetischen Feldern und Temperaturgradienten zu

$$\begin{aligned} \mathbf{j} &= M_{13+} \mathbf{E} + M_{22-} [\mathbf{B} \mathbf{E}] + M_{31+} \mathbf{B} (\mathbf{B} \mathbf{E}) \\ &\quad + S_{13-} \operatorname{grad}_r T + S_{22+} [\mathbf{B} \operatorname{grad}_r T] \\ &\quad + S_{31-} \mathbf{B} (\mathbf{B} \cdot \operatorname{grad}_r T) & (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{c} &= -N_{13-} \mathbf{E} - N_{22+} [\mathbf{B} \mathbf{E}] - N_{31-} \mathbf{B} (\mathbf{B} \mathbf{E}) \\ &\quad - (L_{13+} + \chi_L) \operatorname{grad}_r T \\ &\quad - L_{22-} [\mathbf{B} \operatorname{grad}_r T] - L_{31+} \mathbf{B} (\mathbf{B} \operatorname{grad}_r T) & (20) \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} M_{ik\nu} &= - \frac{\hbar^2}{3\pi^2} \left(\frac{k_0 T}{e} \right)^{\frac{i+k-6}{2}} \\ &\quad \cdot \int_0^\infty \frac{1}{1+s_\nu^2} |\mu_{q\nu}|^i x_\nu^{(i+k-4)/2} \frac{\partial f_{0\nu}}{\partial x_\nu} \frac{[k(x_\nu)]^4}{\tilde{m}_\nu} d[k(x_\nu)], & (21) \end{aligned}$$

$$S_{ik\nu} = \left[\frac{T}{e} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\zeta_\nu}{T} \right) + \frac{1}{e} \frac{\partial E_\nu^0}{\partial T} \right] M_{ik\nu} + \frac{1}{T} M_{i,k+2,\nu} \quad (22)$$

$$N_{ik\nu} = M_{i,k+2,\nu} + \frac{E_\nu^0}{e} M_{ik\nu}, \quad (23)$$

$$L_{ik\nu} = S_{i,k+2,\nu} + \frac{E_\nu^0}{e} S_{ik\nu}, \quad (24)$$

$$f_{0\nu} = \frac{1}{1 + \exp\{(\varepsilon_\nu - \zeta_\nu)/(k_0 T)\}}; \quad x_\nu = \frac{\varepsilon_\nu}{k_0 T},$$

$$|\mu_{q\nu}| = \frac{e}{\tilde{m}_\nu} \tau_{q\nu}; \quad s_\nu^2 = (\mu_{q\nu} B)^2,$$

$$E_n^0 = E_L, \quad E_p^0 = -E_V,$$

$$M_{ik\pm} = M_{ikn} \pm M_{ikp}$$

und entsprechend für

$$S_{ik\pm}, \quad N_{ik\pm}, \quad L_{ik\pm}.$$

Aus diesen Grundgleichungen für die elektrische Stromdichte (19) und Energiestromdichte (20) lassen sich alle Koeffizienten der verschiedenen in Halbleitern auftretenden Effekte angeben.

In Tab. 1 sind die wichtigsten Transportgrößen für beliebig starke Magnetfelder zusammengestellt (nach MADELUNG¹ ohne „phonon-drag“-Glieder). Die hierin auftretenden M_{ik} (21) sind Integrale recht komplizierter Natur und nur numerisch lösbar. Die Integrale vereinfachen sich, wenn man Grenzfälle betrachtet, einmal kleine Magnetfelder ($s_\nu^2 \ll 1$) und zum anderen große Magnetfelder ($s_\nu^2 \gg 1$).

Für $s_\nu^2 \ll 1$ läßt sich $1/(1+s_\nu^2)$ entwickeln (Schwachfeldnäherung) und man findet:

$$M_{ik\nu} \approx M_{ik\nu}^0 - M_{i+2,k-2,\nu}^0 B^2 \quad (25)$$

mit

$$\begin{aligned} M_{ik\nu}^0 &= - \frac{\hbar^2}{3\pi^2} \left(\frac{k_0 T}{e} \right)^{\frac{i+k-6}{2}} \\ &\quad \cdot \int_0^\infty |\mu_{q\nu}|^i x_\nu^{(i+k-4)/2} \frac{\partial f_{0\nu}}{\partial x_\nu} \frac{[k(x_\nu)]^4}{\tilde{m}_\nu} d[k(x_\nu)]. & (26) \end{aligned}$$

Damit vereinfachen sich auch die Formeln für die Transportgrößen, die in der ersten nichtverschwindenden Näherung als Funktion der M_{ik}^0 in Tab. 2 aufgeführt sind. Die Koeffizienten der Transversaleffekte sind magnetfeldunabhängig und damit die Transversalgrößen linear in B , während die Longitudinalgrößen quadratisch mit B ansteigen.

Die Starkfeldnäherung mit $s_\nu^2 \gg 1$ liefert nach Entwicklung von $1/[s_\nu^2(1+1/s_\nu^2)]$:

$$M_{ik\nu} \approx M_{i-2,k+2,\nu}^0 B^{-2} - M_{i-4,k+4,\nu}^0 B^{-4}. \quad (27)$$

Die Starkfeld-Transportkoeffizienten als Funktion der M_{ik}^0 zeigt Tab. 3, wie sie sich aus den allgemeinen Formeln (Tab. 1) für $n \neq p$ in erster Näherung

Symb.	Benennung	Definition	Formel
<i>Magnetfeldfreie Effekte</i>	σ_0 spez.el. Leitfähigkeit	$\frac{j_x}{E_x} \Big _{dT/dx=0}$	M_{13+}^0
	Ω_0 Th.Potentialgradient	$\frac{E_x}{dT/dx} \Big _{j_x=0}$	$-\frac{S_{13-}^0}{M_{13+}^0}$
	χ_0 Wärmeleitfähigkeit	$\frac{-c_x}{dT/dx} \Big _{j_x=0}$	$\chi_L - \frac{S_{13-}^0 - N_{13-}^0}{M_{13+}^0} + L_{13+}^0$
<i>Transversal-Effekte</i>	R_i isothermer Hall-Koeffizient	$\frac{E_y}{j_x B_z} \Big _{\substack{j_y=0 \\ dT/dx=0 \\ dT/dy=0}}$	$-\frac{M_{22-}}{D_0}$
	P Ettingshausen-Koeff.	$\frac{dT/dy}{j_x B_z} \Big _{\substack{j_y=0 \\ c_y=0 \\ dT/dx=0}}$	$-\frac{D_2}{D_5 B_z}$
	Q_i isothermer Ettingsh.-Nernst-Koeff.	$\frac{E_y}{B_z dT/dx} \Big _{\substack{j_x=0 \\ j_y=0 \\ dT/dy=0}}$	$-\frac{D_4}{D_0 B_z}$
	S Righi-Leduc-Koeff.	$\frac{dT/dy}{B_z dT/dx} \Big _{\substack{j_x=0 \\ j_y=0 \\ c_y=0}}$	$\frac{D_6}{D_5 B_z}$
<i>Longitudinal-Effekte</i>	σ_{Bi} isotherme spez.el. Leitfähigkeit im Magnetfeld	$\frac{j_x}{E_x} \Big _{\substack{j_y=0 \\ dT/dx=0 \\ dT/dy=0}}$	$\frac{D_0}{M_{13+}}$
	Ω_{Bi} isothermer Th.Potentialgradient im Magnetfeld	$\frac{E_x}{dT/dx} \Big _{\substack{j_x=0 \\ j_y=0 \\ dT/dy=0}}$	$\frac{D_3}{D_0}$
	χ_{Bi} isotherme Wärmeleitfähigkeit im Magnetfeld	$\frac{-c_x}{dT/dx} \Big _{\substack{j_x=0 \\ j_y=0 \\ dT/dy=0}}$	$-\frac{D_5}{D_0}$

$$\begin{aligned}
 M_{ik(n,p)} &= -e^{\frac{6-i-k}{2}} \frac{\hbar^2}{3\pi^2} (k_0 T)^{\frac{i+k-6}{2}} \int_0^\infty \frac{1}{1+S_{(n,p)}^2} |\mu_{q(n,p)}|^i X_{(n,p)}^{\frac{i+k-4}{2}} \frac{\partial f_{0(n,p)}}{\partial X_{(n,p)}} \frac{[k(X_{(n,p)})]^4}{\tilde{m}_{(n,p)}} d[k(X_{(n,p)})] \\
 |\mu_{q(n,p)}| &= \frac{e}{\tilde{m}_{(n,p)}} \tau_q = \mu_{q0} [k(\epsilon_{(n,p)})]^q \left(\frac{\partial \epsilon_{(n,p)}}{\partial k} \right)^2; \quad q_{\text{akust.}} = -3, \quad q_{\text{opt.}} = -1 (T > \Theta), \quad q_{\text{ion.}} = +1; \quad \epsilon_n = E - E_L, \quad \epsilon_p = E_V - E; \\
 \frac{1}{\tilde{m}_{(n,p)}} &= \frac{1}{\hbar^2 k(\epsilon_{(n,p)})} \frac{\partial \epsilon_{(n,p)}}{\partial k}; \quad X_{(n,p)} = \frac{\epsilon_{(n,p)}}{k_0 T}; \quad S_{(n,p)}^2 = + \left(\tau_q \frac{e}{\tilde{m}_{(n,p)}} \right)^2 B^2; \quad f_{0(n,p)} = \frac{1}{1 + \exp(X_{(n,p)} - \eta_{(n,p)})}; \\
 \eta_n &= \frac{\xi - E_L}{k_0 T}, \quad \eta_p = \frac{E_V - \xi}{k_0 T}; \quad S_{ik(n,p)} = \left(\frac{T}{e} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\xi_{(n,p)}}{T} \right) + \frac{1}{e} \frac{\partial \epsilon_{(n,p)}^0}{\partial T} \right) M_{ik(n,p)} + \frac{1}{T} M_{ik+z,(n,p)}; \quad \xi_n = \xi - E_L, \quad \xi_p = E_V - \xi; \\
 N_{ik(n,p)} &= M_{ik+z,(n,p)} + \frac{\epsilon_{(n,p)}^0}{e} M_{ik(n,p)}; \quad L_{ik(n,p)} = S_{ik+z,(n,p)} + \frac{\epsilon_{(n,p)}^0}{e} S_{ik(n,p)}; \quad E_n^0 = E_L, \quad E_p^0 = -E_V;
 \end{aligned}$$

$$M_{ik \pm} = M_{ikn} \pm M_{ikp} \quad \text{ebenso } S_{ik \pm}, N_{ik \pm}, L_{ik \pm}$$

χ_L = Gitterwärmeleitfähigkeit, e = Betrag der Elementarladung, ξ = Fermi-Niveau

$$\left. \begin{array}{l} j_k = \text{elektrische Stromdichte} \\ c_k = \text{Wärmestromdichte} \\ E_k = \text{elektrisches Feld} \end{array} \right\} K = x, y, z$$

Tab. 1. Transportgrößen (beliebig starkes Magnetfeld; isotrope Bänder).

σ_0	M_{13+}^0
φ_0	$\varphi_0 + \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\zeta}{e} \right) = -\frac{1}{TM_{13+}^0} \left[M_{15-}^0 - \frac{\zeta_n}{e} M_{13,n}^0 + \frac{\zeta_p}{e} M_{13,p}^0 \right]$
χ_0	$\chi_0 + \frac{1}{T} \left[M_{17n}^0 - \frac{(M_{15n}^0)^2}{M_{13n}^0} + M_{11p}^0 - \frac{(M_{15p}^0)^2}{M_{13p}^0} + \frac{M_{13n}^0 M_{13p}^0}{M_{13+}^0} \left \frac{\Delta E}{e} + \frac{M_{15n}^0}{M_{13n}^0} + \frac{M_{15p}^0}{M_{13p}^0} \right ^2 \right]$
R_i^0	$- \frac{M_{22-}^0}{(M_{13+}^0)^2}$
P^0	$\frac{1}{\chi_0 / (M_{13+}^0)^2} \left[M_{15-}^0 M_{22-}^0 - M_{24+}^0 M_{13+}^0 - \frac{\Delta E}{e} (M_{13n}^0 M_{22p}^0 + M_{13p}^0 M_{22n}^0) \right] = \frac{\partial^0 T}{\chi_0}$
Q_i^0	$\frac{1}{T(M_{13+}^0)^2} \left[M_{15-}^0 M_{22-}^0 - M_{24+}^0 M_{13+}^0 - \frac{\Delta E}{e} (M_{13n}^0 M_{22p}^0 + M_{13p}^0 M_{22n}^0) \right]$
S^0	$\frac{1}{T\chi_0 / (M_{13+}^0)^2} \left[2M_{13+}^0 M_{15-}^0 M_{24+}^0 - (M_{13+}^0)^2 M_{26-}^0 - (M_{15-}^0)^2 M_{22-}^0 + \frac{2\Delta E}{e} \left[M_{15-}^0 (M_{13n}^0 M_{22p}^0 + M_{13p}^0 M_{22n}^0) + M_{13+}^0 (M_{13n}^0 M_{24p}^0 - M_{13p}^0 M_{24n}^0) \right] \right] + \left(\frac{\Delta E}{e} \right)^2 \left[(M_{13n}^0)^2 M_{22p}^0 - (M_{13p}^0)^2 M_{22n}^0 \right]$
$\frac{\sigma_0^0 - \sigma_0}{B^2}$	$\frac{M_{13+}^0 M_{31+}^0 - (M_{22-}^0)^2}{M_{13+}^0} + \left(\frac{\Delta E}{e} \right)^2 \left[(M_{13n}^0)^2 M_{22p}^0 - (M_{13p}^0)^2 M_{22n}^0 \right]$
$\frac{\varphi_0^0 - \varphi_0}{B^2}$	$\frac{1}{(M_{13+}^0)^2 T} \left\{ M_{13+}^0 M_{33-}^0 - M_{31+}^0 M_{15-}^0 + (M_{22-}^0)^2 \left(\frac{M_{15-}^0}{M_{13+}^0} - \frac{M_{24+}^0}{M_{22-}^0} \right) + \frac{\Delta E}{e} \left[(M_{13p}^0 M_{31n}^0 - M_{13n}^0 M_{31p}^0) - \frac{M_{22-}^0}{M_{13+}^0} (M_{13n}^0 M_{22p}^0 + M_{13p}^0 M_{22n}^0) \right] \right\}$
$\frac{\chi_0^0 - \chi_0}{B^2}$	$\frac{-1}{(M_{13+}^0)^2 T} \left\{ (M_{31+}^0 - \frac{(M_{22-}^0)^2}{M_{13+}^0}) (M_{15-}^0)^2 + 2M_{15-}^0 (M_{22-}^0 M_{24+}^0 - M_{13+}^0 M_{33-}^0) + M_{13+}^0 \left[M_{13+}^0 M_{35-}^0 - (M_{24+}^0)^2 \right] + \frac{2\Delta E}{e} \left[M_{13+}^0 (M_{13n}^0 M_{33p}^0 + M_{33n}^0 M_{13p}^0) + M_{15-}^0 (M_{13n}^0 M_{31p}^0 - M_{31n}^0 M_{13p}^0) + \left(\frac{M_{15-}^0 M_{22-}^0}{M_{13+}^0} - M_{24+}^0 \right) (M_{13n}^0 M_{22p}^0 + M_{22n}^0 M_{13p}^0) \right] + \left(\frac{\Delta E}{e} \right)^2 \left[(M_{13n}^0)^2 M_{31p}^0 + (M_{13p}^0)^2 M_{31n}^0 - \frac{1}{M_{13+}^0} (M_{13n}^0 M_{22p}^0 + M_{22n}^0 M_{13p}^0)^2 \right] \right\}$

$$M_{ik(n,p)}^0 = -e^{\frac{6-i-k}{2}} \frac{\hbar^2}{3\pi^2} (k_0 T)^{\frac{i+k-6}{2}} \int_0^\infty |U_{q(n,p)}|^i X_{(n,p)}^{\frac{j+k-4}{2}} \frac{\partial f_{0(n,p)}}{\partial X_{(n,p)}} \frac{[k(X_{(n,p)})]^4}{\tilde{m}_{(n,p)}} d[k(X_{(n,p)})]; \Delta E = E_L - E_V (\text{Breite der verbotenen Zone})$$

Tab. 2. Transportgrößen (Schwachfeldnäherung; isotrope Bänder).

ergeben. (Beim HALL-Koeffizienten ist auch der nächsthöhere Term aufgeführt.)

Für $n=p$ (Eigenleitung) wird M_{04-}^0 zu Null, wie man den Tab. 4 b oder 5 b entnimmt; d. h. es treten teilweise Nullstellen des Nenners in den Starkfeld-Transportkoeffizienten (Tab. 3, links) auf. Diese verschwinden, wenn das zweite von Null verschiedene Näherungsglied (27) für M_{22-}^0 herangezogen wird (Tab. 3, rechte Spalte). Die Magnetfeldabhängigkeit einiger Transportkoeffizienten in der Starkfeld-näherung sind daher für $n \neq p$ und $n=p$ verschieden.

Der ETTINGSHAUSEN-NERNST-Koeffizient strebt nun einem Grenzwert zu und wird nicht mit B^{-2} Null. Die spezifisch elektrische Leitfähigkeit im Magnetfeld geht mit B^{-2} gegen Null; es existiert kein Sättigungswert mehr.

Die elektronische Wärmeleitfähigkeit verschwindet nicht mit B^{-2} , sondern hat einen endlichen Grenzwert^{11a}.

Da wir die M_{ik}^0 als Funktion der Ladungsträgerkonzentrationen und der makroskopischen Beweglichkeiten ausdrücken wollen, sollen auch noch die allgemeinen Formeln für diese beiden Größen angegeben werden.

Ladungsträgerkonzentration

Jeder Quantenzustand im k -Raum beansprucht ein Volumen von $(2\pi)^3$ und kann mit zwei Ladungsträgern entgegengesetzten Spins besetzt werden.

^{11a} Man beachte auch, daß der Starkfeld-HALL-Koeffizient in der Eigenleitung vom Streumechanismus abhängt.

$n \neq p$ ($M_{0n-}^0 \neq 0$)		$n = p$ ($M_{0n-}^0 \neq 0$)
R_i^∞	$-\frac{1}{M_{0n-}^0} + \left[\frac{(M_{-15s}^0)^2}{(M_{0n-}^0)^3} - \frac{M_{-26-}^0}{(M_{0n-}^0)^2} \right] \beta^{-2}$	$\frac{M_{26-}^0}{(M_{-15s}^0)^2}$
P^∞	$\frac{Q_i^\infty T}{\chi_{Bi}^\infty}$	$\frac{T Q_i^\infty}{\chi_{Bi}^\infty}$
Q_i^∞	$-\frac{\beta^{-2}}{T(M_{0n-}^0)^2} \left[M_{-15s}^0 M_{06+}^0 - M_{0n-}^0 M_{-17-}^0 + \frac{\Delta E}{e} (M_{-15s}^0 M_{0n,p}^0 + M_{-15p}^0 M_{0n,n}^0) \right]$	$-\frac{M_{06+}^0 + \frac{\Delta E}{e} M_{0n+}^0}{TM_{-15s}^0}$
S^∞	$-\frac{\beta^{-2}}{\chi_L M_{0n-}^0 T} \left[M_{0n-}^0 M_{08-}^0 - (M_{05s}^0)^2 - \frac{2\Delta E}{e} (M_{0n,n}^0 M_{06p}^0 + M_{0n,p}^0 M_{06n}^0) - \left(\frac{\Delta E}{e} \right)^2 M_{0n,n}^0 M_{0n,p}^0 \right]$	$\frac{-B^{-2}}{T(M_{-15s}^0)^2 \chi_{Bi}^\infty} \left\{ M_{-15s}^0 (M_{-15s}^0 M_{08-}^0 - 2M_{-17-}^0 M_{06+}^0) + (M_{06+}^0)^2 M_{-26-}^0 + \frac{\Delta E}{e} \left[2M_{-15+}^0 (M_{-15p}^0 M_{06n}^0 - M_{-15n}^0 M_{06p}^0) + M_{0n+}^0 (M_{0n+}^0 M_{-15s}^0 - 2M_{-15s}^0 M_{-15-}^0) \right] \right\}$
σ_{0n}^∞	$\frac{(M_{04-}^0)^2}{M_{-15s}^0}$	$M_{-15s}^0 \beta^{-2}$
Ω_{Bi}^∞	$-\frac{1}{TM_{0n-}^0} (M_{06+}^0 - \frac{\zeta_n}{e} M_{0n,n}^0 - \frac{\zeta_p}{e} M_{0n,p}^0) - \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\zeta}{e} \right)$	$\frac{1}{TM_{-15s}^0} \left[M_{-26-}^0 (M_{05s}^0 + \frac{\Delta E}{2e} M_{0n+}^0) - M_{-15s}^0 (M_{-17-}^0 - \frac{\zeta_n}{e} M_{-15n}^0 + \frac{\zeta_p}{e} M_{-15p}^0) \right] - \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\zeta}{e} \right)$
χ_{Bi}^∞	χ_L	$\chi_L + \frac{1}{TM_{-15s}^0} \left(M_{06+}^0 + \frac{\Delta E}{2e} M_{0n+}^0 \right)^2$

Tab. 3. Transportgrößen (Starkfeldnäherung; isotrope Bänder).

den. Die Zustandsdichte ist somit:

$$D(k_\nu) dk_\nu = \frac{2}{(2\pi)^3} 4\pi k_\nu^2 dk_\nu, \quad (\text{Polarkoordinaten}). \quad (28)$$

Die Ladungsträgerkonzentration ergibt sich als Produkt von Zustandsdichte und Besetzungswahrscheinlichkeit:

$$n_\nu = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{1}{1 + \exp(x_\nu - \eta_\nu)} [k(x_\nu)]^2 \cdot d[k(x_\nu)]; \quad (29)$$

$$x_\nu = \varepsilon_\nu / (k_0 T); \quad \eta_\nu = \zeta_\nu / (k_0 T).$$

Makroskopische Beweglichkeit

Laut Tab. 1 ist:

$$\sigma_{0\nu} = M_{13\nu}^0. \quad (30)$$

Die spezifisch elektrische Leitfähigkeit σ_0 ist definitionsgemäß:

$$\sigma_{0\nu} \equiv e n_\nu |\bar{\mu}_{q\nu}| = M_{13\nu}^0. \quad (31)$$

Dieses $|\bar{\mu}_{q\nu}|$ ist ein über die besetzten Zustände gemitteltes $|\mu_q(x_\nu)|$. Es ist die dem Experiment zugängliche makroskopische Beweglichkeit ohne Magnetfeld, im folgenden oft nur mit μ bezeichnet.

Aus (26) zusammen mit (29) und (31) erhält man allgemein:

$$|\bar{\mu}_{q\nu}| = \frac{\hbar^2}{3\pi^2 k_0 T n_\nu} \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f_{0\nu}}{\partial x_\nu} \right) |\mu_{q\nu}| \frac{[k(x_\nu)]^4}{\tilde{m}_\nu} d[k(x_\nu)]. \quad (32)$$

Damit wäre die Behandlung der Transportgrößen für den allgemeinen $\varepsilon(k)$ -Verlauf zu Ende geführt. Die speziell zu betrachtenden Bandformen unterscheiden sich dann nur in den M_{0ih} .

2. Isotrope parabolische Bänder

Für den wichtigen Fall parabolischer Bänder ist:

$$\varepsilon_\nu = \frac{\hbar^2 k_\nu^2}{2 m_\nu^*}, \quad (33)$$

$$m_\nu^* = \tilde{m}_\nu = \text{const.}$$

Daraus folgt nach (2) :

$$v_\nu = \left(\frac{2 \epsilon_\nu}{m_\nu^*} \right)^{1/2} \quad (34)$$

und gemäß (9) :

$$\mu_{qr} = \frac{e_\nu l_{r\nu}}{m_\nu^* v_\nu} \quad (35)$$

$$\text{mit } l_{r\nu} = l_{r0\nu} \epsilon_\nu^r; \quad r = \frac{q+3}{2}, \quad (36)$$

$$r_{\text{akust.}} = 0, \quad r_{\text{opt.}} = 1 \quad \text{für } T > \Theta, \quad r_{\text{Ion}} = 2.$$

Berücksichtigt man noch

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f_{0\nu}}{\partial x_\nu} \right) x_\nu^x dx_\nu &= \alpha \int_0^\infty f_{0\nu} x_\nu^{x-1} dx_\nu \\ &= \alpha F_{\alpha-1}(\eta_\nu), \end{aligned} \quad (37)$$

so ergibt sich aus (26) :

$$\begin{aligned} {}^r M_{ik\nu}^0 &= e n_\nu |\bar{\mu}_{r\nu}|^i \left(\frac{k_0 T}{e} \right)^{\frac{i+k-4}{2}} \left(\frac{3}{2} \right)^{i-1} \\ &\cdot \frac{2 i r + k - 1}{2(r+1)^i} \frac{F_{2ir+k-3} \cdot (F_{1/2})^{i-1}}{F_r^i}. \end{aligned} \quad (38)$$

Hierbei ist die Ladungsträgerkonzentration nach (29) :

$$n_\nu = 2 \left(\frac{2 \pi m_\nu^* k_0 T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}(\eta_\nu) \quad (39)$$

und die makroskopische Beweglichkeit nach (32) :

$$|\bar{\mu}_{r\nu}| = e l_{r0\nu} (m_\nu^*)^{-1/2} (k_0 T)^{r-1/2} \frac{\sqrt{2}}{3} (r+1) \frac{F_r}{F_{1/2}}. \quad (40)$$

$F_a(\eta)$ sind die wohlbekannten und z. B. bei MADELUNG¹ von $-4 < \eta < +20$ tabellierten FERMI-Integrale. Sie lassen sich in gewissen Bereichen approximieren.

Für $\eta < -4$ (Nichtentartung) ist:

$$F_a(\eta) \approx \Gamma(\alpha+1) \exp \eta \quad (41)$$

mit $\Gamma(\alpha+1) = \alpha \Gamma(\alpha)$ (Gamma-Funktion),

und für $\eta > +20$ (starke Entartung) läßt sich schreiben:

$$F_a(\eta) \approx \eta^{\alpha+1}/(\alpha+1). \quad (42)$$

In den Tab. 4 a und 4 b sind die verschiedenen ${}^r M_{ik\nu}^0$ zusammengestellt. Außerdem sind auch mit Hilfe der Näherungen (41) und (42) die Spezialfälle für Nichtentartung sowie starke Entartung aufgeführt.

Wie man den Tab. 4 a und 4 b entnimmt, ist bei starker Entartung der Streumechanismus ohne Bedeutung. In den Tafeln 1 a bis 1 c sind die ${}^r M_{ik}^0$ als Funktion des reduzierten FERMI-Niveaus aufgetragen.

3. InSb-Leitungsband

Zyklotronresonanzexperimente¹² zeigten, daß die effektive Masse der Elektronen isotrop ist [und damit auch $\epsilon_n(k)$] und am unteren Leitungsbandrand 0,013 m_0 beträgt. Absorptionsmessungen freier Ladungsträger^{13, 14} und Messungen des FARADAY-Effektes¹⁵ ergaben eine starke Nichtparabolizität des Leitungsbandes (Konzentrationsabhängigkeit der effektiven Masse).

KANE¹⁶ erhielt aus theoretischen Ansätzen für das Leitungsband von InSb:

$$\epsilon_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2 m_0} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\epsilon_g^{*2} + 2 \frac{\hbar^2 k^2}{m_0} \epsilon_g^* \frac{m_0 - m_n}{m_0 m_n} \right)^{1/2} - \epsilon_g^* \right\} \quad (43)$$

mit m_n = effektive Elektronenmasse am unteren Bandrand, m_0 = freie Elektronenmasse,

$$m_n(T) = m_n(0) \frac{\epsilon_g^*(T)}{\epsilon_g^*(0)}, \quad m_n(0) = 0,013 m_0, \quad (44)$$

$$\epsilon_g^*(T) = \epsilon_g^*(0) + \frac{\partial \epsilon_g^*}{\partial T} \cdot T = (0,24 - 10^{-4} T) \text{ eV}.$$

$\epsilon_g^*(T)$, die sogenannte „effective mass“-Energiedicke, beschreibt den Temperatureinfluß auf die Bandkrümmung. Sie ist zu unterscheiden von der verbotenen Zone $\Delta E(T)$. Nur am absoluten Nullpunkt sind beide identisch. Die Temperaturabhängigkeit $\partial \epsilon_g^*/\partial T$ ist durch die Gitterdilatation gegeben (vgl.²).

Auflösung von (43) nach k ergibt:

$$k = \frac{m_0}{\hbar} \sqrt{\epsilon_g^*/m_n} \left\{ 1 + 2 \frac{\epsilon_n}{\epsilon_g^*} \gamma - \left[1 + 4 \frac{\epsilon_n}{\epsilon_g^*} (\gamma - \gamma^2) \right]^{1/2} \right\}^{1/2} \quad (45)$$

mit $\gamma = m_n/m_0$.

Da γ maximal 0,013 (bei 0 °K) und ϵ_g^* minimal 0,16 eV (bei 800 °K) ist, wird die Ungleichung

$$\epsilon_n \ll \frac{\epsilon_g^*}{4(\gamma - \gamma^2)} \approx 3 \text{ eV} \quad (46)$$

¹² G. DRESSELHAUS, A. F. KIP, C. KITTEL u. G. WAGONER, Phys. Rev. **98**, 556 [1955].

¹³ W. G. SPITZER u. H. Y. FAN, Phys. Rev. **106**, 882 [1957].

¹⁴ F. R. KESSLER u. E. SUTTER, Z. Naturforschg. **16a**, 1173 [1961].

¹⁵ S. D. SMITH, T. S. MOSS u. K. W. TAYLOR, J. Phys. Chem. Solids **11**, 131 [1959].

¹⁶ E. O. KANE, J. Phys. Chem. Solids **1**, 249 [1957].

	Fermi-Statistik			Nichtentartung			StarkeEntartung
	r=0	r=1	r=2	r=0	r=1	r=2	
$rM_{13}^0 / en\mu$	1	1	1	1	1	1	1
$rM_{15}^0 / en\mu (\frac{k_0 T}{e})$	2 $\frac{F_1}{F_0}$	$\frac{3}{2} \frac{F_2}{F_1}$	$\frac{4}{3} \frac{F_3}{F_2}$	2	3	4	η
$rM_{17}^0 / en\mu (\frac{k_0 T}{e})^2$	3 $\frac{F_2}{F_0}$	2 $\frac{F_3}{F_1}$	$\frac{5}{3} \frac{F_4}{F_2}$	6	12	20	η^2
$rM_{22}^0 / en\mu^2$	$\frac{3}{4} \frac{F_{1/2}}{F_0^2}$	$\frac{15}{16} \frac{F_{3/2}}{F_1^2}$	$\frac{3}{4} \frac{F_{7/2}}{F_2^2}$	$\frac{3}{8} \pi$	$\frac{45}{128} \pi$	$\frac{315}{512} \pi$	1
$rM_{24}^0 / en\mu^2 (\frac{k_0 T}{e})$	$\frac{9}{4} \frac{F_{1/2}^2}{F_0^2}$	$\frac{21}{16} \frac{F_{5/2}}{F_1^2}$	$\frac{11}{12} \frac{F_{9/2}}{F_2^2}$	$\frac{9}{16} \pi$	$\frac{315}{256} \pi$	$\frac{3465}{1024} \pi$	η
$rM_{26}^0 / en\mu^2 (\frac{k_0 T}{e})^2$	$\frac{15}{4} \frac{F_{3/2}}{F_0^2}$	$\frac{27}{16} \frac{F_{7/2}}{F_1^2}$	$\frac{13}{12} \frac{F_{11/2}}{F_2^2}$	$\frac{45}{32} \pi$	$\frac{2835}{512} \pi$	$\frac{45045}{2048} \pi$	η^2
$rM_{31}^0 / en\mu^3$	$\frac{9}{4} \frac{F_{1/2}^2}{(1+e^{-\frac{T}{k_0 T}}) F_0^3}$	$\frac{27}{32} \frac{F_2 F_{1/2}^2}{F_1^3}$	$\frac{1}{2} \frac{F_5 F_{1/2}^2}{F_2^3}$	$\frac{9}{16} \pi$	$\frac{27}{64} \pi$	$\frac{15}{8} \pi$	1
$rM_{33}^0 / en\mu^3 (\frac{k_0 T}{e})$	$\frac{9}{4} \frac{F_{1/2}^2}{F_0^2}$	$\frac{9}{8} \frac{F_3 F_{1/2}^2}{F_1^3}$	$\frac{7}{12} \frac{F_6 F_{1/2}^2}{F_2^3}$	$\frac{9}{16} \pi$	$\frac{27}{16} \pi$	$\frac{105}{8} \pi$	η
$rM_{35}^0 / en\mu^3 (\frac{k_0 T}{e})^2$	$\frac{9}{2} \frac{F_1 F_{1/2}^2}{F_0^3}$	$\frac{45}{32} \frac{F_4 F_{1/2}^2}{F_1^3}$	$\frac{2}{3} \frac{F_7 F_{1/2}^2}{F_2^3}$	$\frac{9}{8} \pi$	$\frac{135}{16} \pi$	105π	η^2

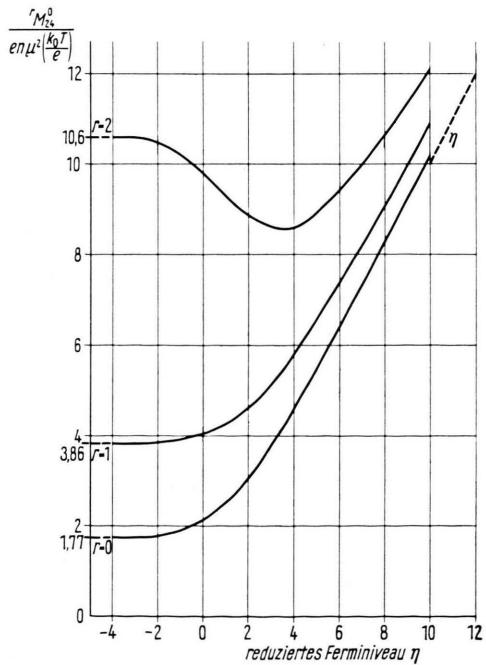
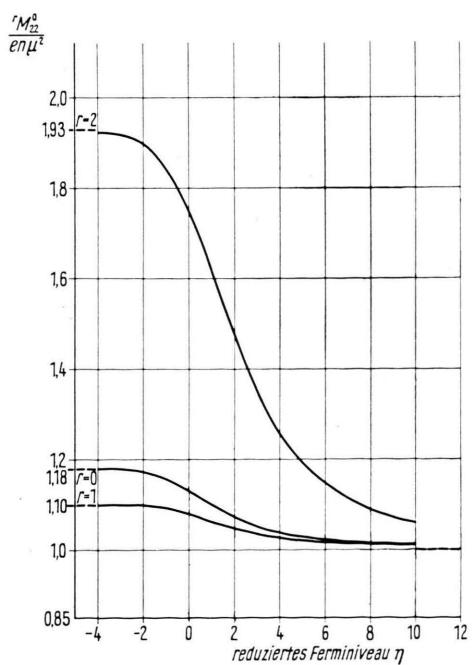
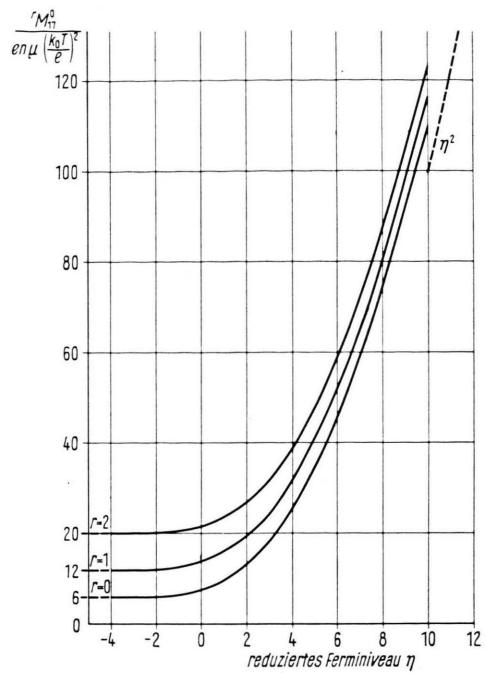
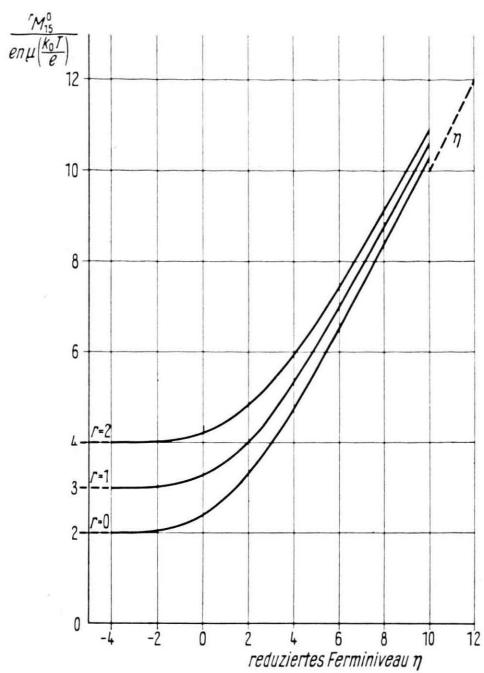
$I = I_{r0} e^T$; $r_{\text{dust}} = 0$, $r_{\text{opt.}} = 1 (T > 0)$, $r_{\text{ion}} = 2$; $F_\alpha = \int_0^\infty \frac{x^\alpha}{1+e^{x-\eta}} dx$ (Fermi-Integral), $\eta = \frac{\zeta - E_L}{k_0 T}$ bzw. $\frac{E_V - \zeta}{k_0 T}$ (reduziert. Fermi-Niveau)

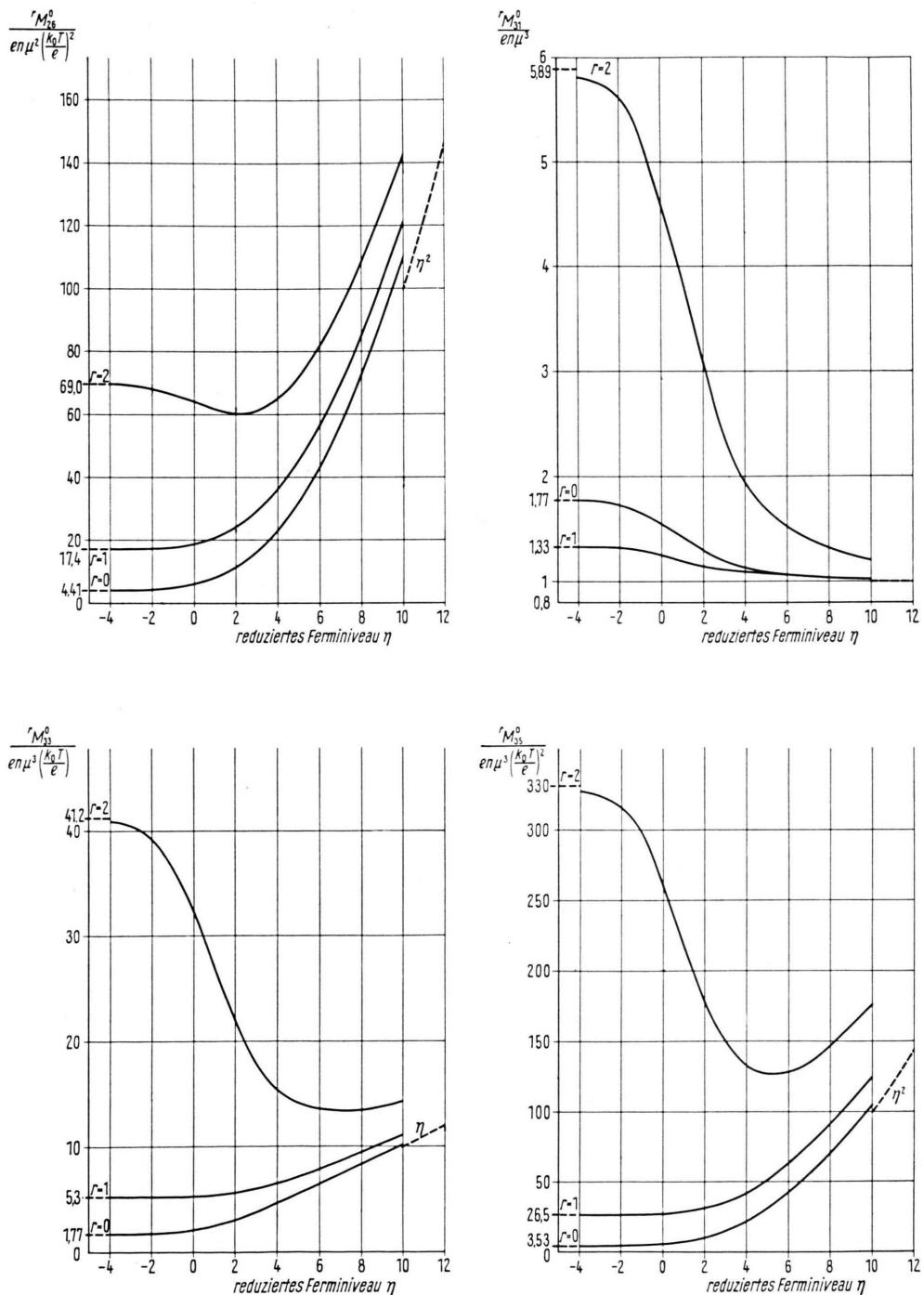
e = Elementarladung, n = Ladungsträger-Konzentration, μ = Beweglichkeit, k_0 = Boltzmann-Konst., T = abs. Temperatur

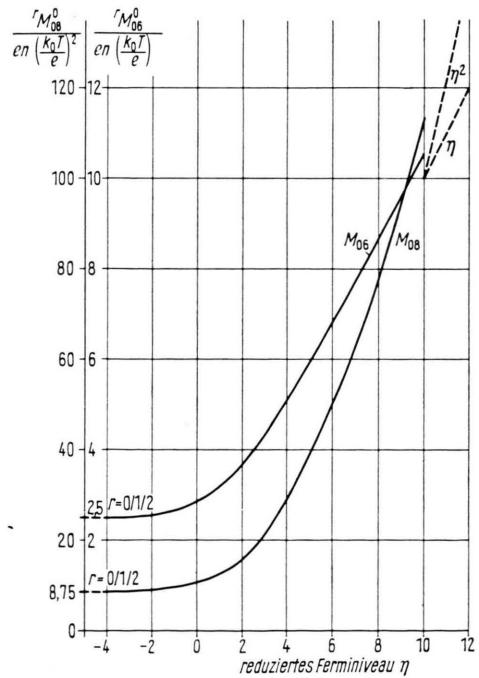
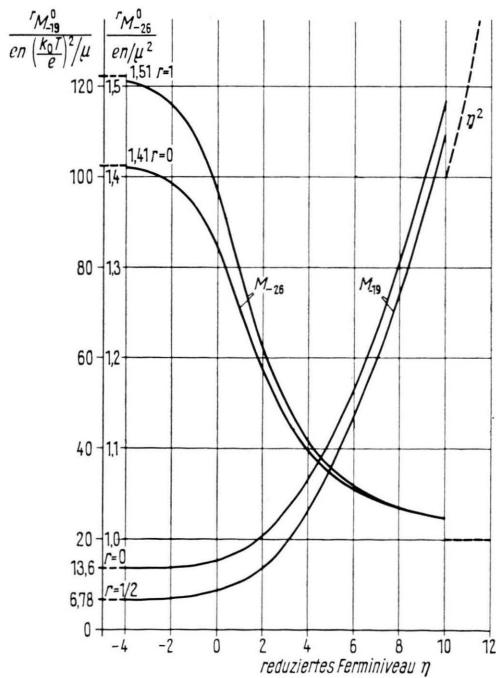
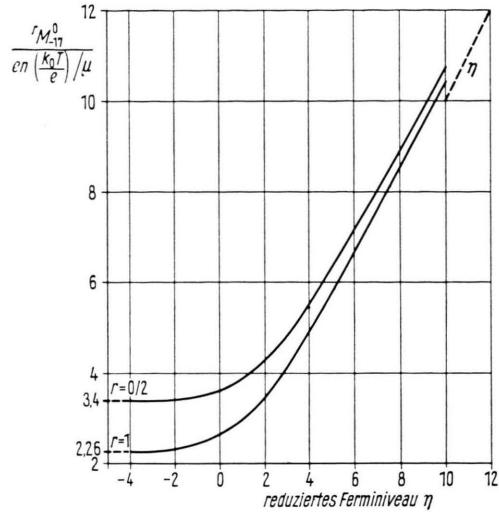
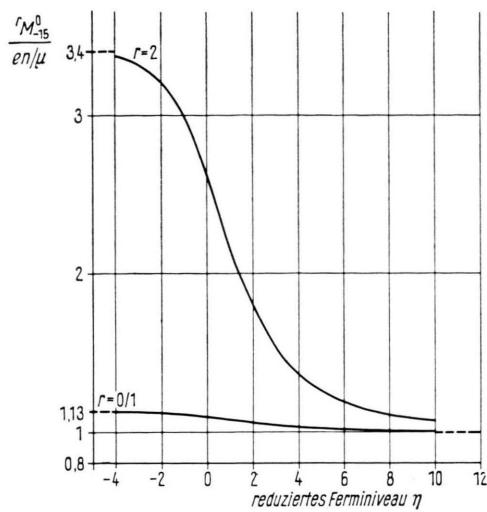
Tab. 4 a. Werte der rM_{ik}^0 (isotrope parabolische Bänder).

	Fermi-Statistik			Nichtentartung			StarkeEntartung
	r=0	r=1	r=2	r=0	r=1	r=2	
$rM_{15}^0 / \frac{en}{\mu}$	$\frac{8}{9} \frac{F_0 F_1}{F_{1/2}^2}$	$\frac{8}{9} \frac{F_0 F_1}{F_{1/2}^2}$	$\frac{4}{3} \frac{F_2}{(1+e^{-\frac{T}{k_0 T}}) F_{1/2}^2}$	$\frac{32}{9\pi}$	$\frac{32}{9\pi}$	$\frac{32}{3\pi}$	1
$rM_{17}^0 / \frac{en(\frac{k_0 T}{e})}{\mu}$	$\frac{4}{3} \frac{F_0 F_2}{F_{1/2}^2}$	$\frac{16}{9} \frac{F_1^2}{F_{1/2}^2}$	$\frac{4}{3} \frac{F_0 \cdot F_2}{F_{1/2}^2}$	$\frac{32}{3\pi}$	$\frac{64}{9\pi}$	$\frac{32}{3\pi}$	η
$rM_{19}^0 / \frac{en(\frac{k_0 T}{e})^2}{\mu}$	$\frac{16}{9} \frac{F_0 \cdot F_3}{F_{1/2}^2}$	$\frac{8}{3} \frac{F_1 \cdot F_2}{F_{1/2}^2}$	$\frac{8}{3} \frac{F_1 \cdot F_2}{F_{1/2}^2}$	$\frac{128}{3\pi}$	$\frac{64}{3\pi}$	$\frac{64}{3\pi}$	η^2
rM_{04}^0 / en	1	1	1	1	1	1	1
$rM_{06}^0 / en(\frac{k_0 T}{e})$	$\frac{5}{3} \frac{F_{3/2}}{F_{1/2}}$	$\frac{5}{3} \frac{F_{3/2}}{F_{1/2}}$	$\frac{5}{3} \frac{F_{3/2}}{F_{1/2}}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	η
$rM_{08}^0 / en(\frac{k_0 T}{e})^2$	$\frac{7}{3} \frac{F_{5/2}}{F_{1/2}}$	$\frac{7}{3} \frac{F_{5/2}}{F_{1/2}}$	$\frac{7}{3} \frac{F_{5/2}}{F_{1/2}}$	$\frac{35}{4}$	$\frac{35}{4}$	$\frac{35}{4}$	η^2
$rM_{26}^0 / \frac{en}{\mu^2}$	$\frac{20}{27} \frac{F_0^2 F_{1/2}}{(F_{1/2})^3}$	$\frac{16}{27} \frac{F_1^2 F_{1/2}}{(F_{1/2})^3}$	—	$\frac{40}{9\pi}$	$\frac{128}{27\pi}$	—	1

Tab. 4 b. Werte der rM_{ik}^0 (isotrope parabolische Bänder).

Tafel 1 a. Streufaktoren der rM_{ik}^0 (isotrope parabolische Bänder).

Tafel 1 b. Streufaktoren der rM_{ik}^0 (isotrope parabolische Bänder).

Tafel 1 c. Streufaktoren der rM_{ik}^0 (isotrope parabolische Bänder).

selbst im ungünstigen Fall hoher Dotierung und hoher Temperatur hinreichend gut erfüllt, um eine Reihenentwicklung der eckigen Klammer in erster Näherung zu rechtfertigen:

$$\begin{aligned} & \left[1 + 4 \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*} (\gamma - \gamma^2) \right]^{1/2} \\ & \approx 1 + 2 \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*} \gamma - 2 \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*} \gamma^2 - 2 \left(\frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*} \right)^2 (\gamma^2 - \dots). \quad (47) \end{aligned}$$

Damit wird

$$k = \frac{\sqrt{2 m_n \varepsilon_n}}{\hbar} \left(1 + \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*} \right)^{1/2} \quad (48)$$

$$\text{und } \varepsilon_n \left(1 + \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*} \right) = \frac{\hbar^2 k^2}{2 m_n}. \quad (49)$$

Die gute Übereinstimmung dieses theoretisch abgeleiteten Bandverlaufs mit dem experimentell bestimmten¹³⁻¹⁵ zeigt Abb. 1.

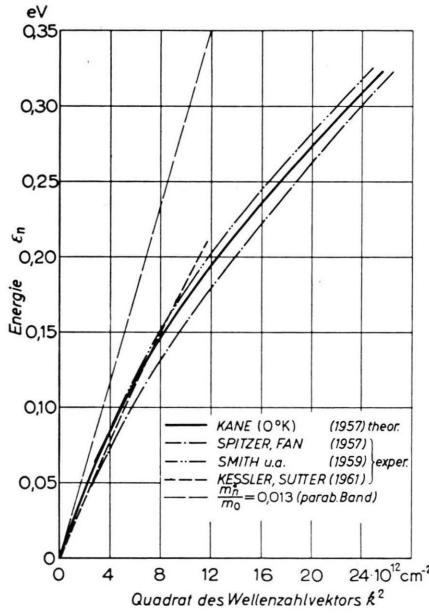


Abb. 1. Experimenteller und theoretischer $\varepsilon_n(k)$ -Verlauf des InSb-Leitungsbandes.

Weiter ist nach (1):

$$\tilde{m}_n = m_n (1 + 2 \varepsilon_n / \varepsilon_g^*) \quad (50)$$

und nach (9):

$$\mu_{qn} = \mu_{q0n} \left[\frac{2 m_n}{\hbar^2} \varepsilon_n \left(1 + \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*} \right) \right]^{q/2} \cdot \frac{2 \varepsilon_n (1 + \varepsilon_n / \varepsilon_g^*) \hbar^2}{m_n (1 + 2 \varepsilon_n / \varepsilon_g^*)^2}. \quad (51)$$

Zusammen mit

$$\begin{aligned} {}^u L_w^v(\eta, \beta) &= \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f_0}{\partial x} \right) x^u (x + \beta x^2)^v (1 + 2 \beta x)^w dx, \\ \beta &= k_0 T / \varepsilon_g^* \quad (52) \end{aligned}$$

	$q = -3$	$q = -1$	$q = +1$
${}^q M_{13n}^0 / e n \mu$	1	1	1
${}^q M_{15n}^0 / e n \mu \left(\frac{k_0 T}{e} \right)$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$
${}^q M_{17n}^0 / e n \mu \left(\frac{k_0 T}{e} \right)^2$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$
${}^q M_{22n}^0 / e n \mu^2$	$\frac{0}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{0}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{0}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$
${}^q M_{24n}^0 / e n \mu^2 \left(\frac{k_0 T}{e} \right)$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$
${}^q M_{26n}^0 / e n \mu^2 \left(\frac{k_0 T}{e} \right)^2$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$
${}^q M_{31n}^0 / e n \mu^3$	$\frac{0}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{0}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{0}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$
${}^q M_{33n}^0 / e n \mu^3 \left(\frac{k_0 T}{e} \right)$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$
${}^q M_{35n}^0 / e n \mu^3 \left(\frac{k_0 T}{e} \right)^2$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$

$$u_{L_w^v} = \int_0^\infty \frac{e^{-x-\eta}}{(1+e^{-x-\eta})^2} x^u (x + \beta x^2)^v (1 + 2 \beta x)^w dx,$$

$q_{\text{akust.}} = -3, q_{\text{opt.}} = -1 (T > \theta), q_{\text{Jon.}} = +1$

Tab. 5 a. Werte der ${}^q M_{ikn}^0$ ((InSb-L.B.) (Fermi-Statistik).

	$q = -3$	$q = -1$	$q = +1$
${}^q M_{15n}^0 / \frac{e n}{\mu}$	$\frac{0}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{0}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{0}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$
${}^q M_{17n}^0 / \frac{e n \left(\frac{k_0 T}{e} \right)}{\mu}$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$
${}^q M_{19n}^0 / \frac{e n \left(\frac{k_0 T}{e} \right)^2}{\mu}$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$
${}^q M_{04n}^0 / e n$	1	1	1
${}^q M_{06n}^0 / e n \left(\frac{k_0 T}{e} \right)$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{1}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$
${}^q M_{08n}^0 / e n \left(\frac{k_0 T}{e} \right)^2$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{2}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$
${}^q M_{26n}^0 / \frac{e n}{\mu^2}$	$\frac{0}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	$\frac{0}{0} \frac{L_2}{L_{-2}}$	—

Tab. 5 b. Werte der ${}^q M_{ikn}^0$ ((InSb-L.B.) (Fermi-Statistik).

	β	0	0,1	0,2	0,3	0,4
	η					
$^0L_{-2}^1$	-5	6,71-3	4,37-3	3,33-3	2,71-3	2,30-3
	-2	1,27-1	8,16-2	6,17-2	5,01-2	4,23-2
	+1	1,31	7,41-1	5,23-1	4,06-1	3,32-1
	+4	4,02	1,63	1,01	7,23-1	5,63-1
	+7	7,00	2,03	1,15	7,96-1	6,07-1
	+10	1,00+1	2,11	1,20	8,15-1	6,16-1
$^0L_{-4}^{1/2}$	-5	5,94-3	2,79-3	1,77-3	1,27-3	9,77-4
	-2	1,10-1	4,98-2	3,12-2	2,21-2	1,68-2
	+1	9,10-1	2,91-1	1,51-1	9,44-2	6,55-2
	+4	1,94	2,39-1	7,79-2	3,61-2	2,03-2
	+7	2,62	1,17-1	2,52-2	9,06-3	4,21-3
	+10	3,15	6,02-2	1,02-2	3,17-3	1,33-3
$^0L_{-6}^0$	-5	6,69-3	3,18-3	2,12-3	1,60-3	1,29-3
	-2	1,19-1	5,43-2	3,56-2	2,66-2	2,12-2
	+1	7,30-1	2,04-1	1,09-1	7,26-2	5,39-2
	+4	9,79-1	6,09-2	1,88-2	9,81-3	6,41-3
	+7	9,99-1	1,01-2	1,59-3	6,26-4	3,67-4
	+10	1,00	2,10-3	1,63-4	4,32-5	2,11-5
$^0L_{-2}^2$	-5	1,34-2	9,21-3	7,58-3	6,69-3	6,11-3
	-2	2,61-1	1,78-1	1,47-1	1,29-1	1,18-1
	+1	3,60	2,33	1,89	1,65	1,51
	+4	1,93+1	1,08+1	8,58	7,56	6,97
	+7	5,23+1	2,55+1	2,04+1	1,82+1	1,71+1
	+10	1,03+2	4,53+1	3,68+1	3,35+1	3,17+1
$^0L_{-4}^{5/2}$	-5	2,24-2	6,83-3	3,58-3	2,27-3	1,59-3
	-2	4,39-1	1,32-1	6,89-2	4,35-2	3,04-2
	+1	6,65	1,72	8,35-1	5,05-1	3,43-1
	+4	4,41+1	7,30	3,04	1,71	1,11
	+7	1,46+2	1,47+1	5,52	2,99	1,92
	+10	3,36+2	2,20+1	7,87	4,21	2,69
$^0L_{-6}^3$	-5	4,04-2	5,09-3	1,73-3	8,10-4	4,49-4
	-2	7,99-1	9,88-2	3,32-2	1,54-2	8,50-3
	+1	1,30+1	1,28	3,81-1	1,63-1	8,47-2
	+4	1,04+2	5,00	1,12	4,07-1	1,90-1
	+7	4,12+2	8,56	1,53	5,07-1	2,24-1
	+10	1,10+3	1,08+1	1,71	5,41-1	2,34-1
$^0L_{-2}^3$	-5	4,04-2	3,48-2	3,56-2	3,79-2	4,09-2
	-2	7,99-1	6,88-1	7,04-1	7,51-1	8,11-1
	+1	1,30+1	1,11+1	1,15+1	1,24+1	1,36+1
	+4	1,04+2	8,84+1	9,60+1	1,08+2	1,21+2
	+7	4,12+2	3,58+2	4,16+2	4,90+2	5,69+2
	+10	1,10+3	9,94+2	1,23+3	1,51+3	1,79+3
$^0L_{-4}^{9/2}$	-5	3,53-1	1,39-1	1,02-1	8,86-2	8,23-2
	-2	7,04	2,78	2,04	1,77	1,64
	+1	1,30+2	4,98+1	3,66+1	3,19+1	2,98+1
	+4	1,56+3	5,37+2	4,01+2	3,58+2	3,42+2
	+7	1,00+4	3,00+3	2,34+3	2,18+3	2,14+3
	+10	4,01+4	1,08+4	8,88+3	8,57+3	8,66+3
$^0L_{-6}^6$	-5	4,85	7,10-1	3,61-1	2,51-1	2,00-1
	-2	9,72+1	1,42+1	7,22	5,02	4,00
	+1	1,89+3	2,69+2	1,36+2	9,50+1	7,59+1
	+4	2,90+4	3,57+3	1,82+3	1,29+3	1,05+3
	+7	2,71+5	2,61+4	1,37+4	1,01+4	8,40+3
	+10	1,56+6	1,19+5	6,52+4	4,98+4	4,27+4
$^1L_{-2}^1$	-5	1,34-2	7,60-3	5,12-3	3,95-3	3,21-3
	-2	2,61-1	1,42-1	9,85-2	7,57-2	6,15-2
	+1	3,60	1,77	1,17	8,78-1	6,99-1
	+4	1,93+1	7,19	4,33	3,07	2,37
	+7	5,23+1	1,45+1	8,14	5,61	4,27
	+10	1,03+2	2,22+1	1,20+1	8,16	6,17
$^1L_{-4}^{1/2}$	-5	8,93-3	2,67-3	1,33-3	7,96-4	5,31-4
	-2	1,72-1	4,99-2	2,44-2	1,45-2	9,57-3
	+1	2,09	4,49-1	1,85-1	9,75-2	5,87-2
	+4	8,66	8,13-1	2,26-1	9,18-2	4,59-2
	+7	1,90+1	7,24-1	1,45-1	4,90-2	2,16-2
	+10	3,20+1	5,60-1	9,18-2	2,81-2	1,16-2

	β	0	0,1	0,2	0,3	0,4
	η					
$^1L_{-6}^0$	-5	6,71-3	1,59-3	7,36-4	4,28-4	2,81-4
	-2	1,27-1	2,87-2	1,30-2	7,42-3	4,82-3
	+1	1,31	1,78-1	6,19-2	3,00-2	1,74-2
	+4	4,02	1,32-1	2,38-2	7,82-3	3,51-3
	+7	7,00	4,68-2	4,33-3	9,48-4	3,27-4
	+10	1,00+1	1,67-2	9,49-4	1,50-4	3,97-5
$^1L_{-2}^2$	-5	4,04-2	2,54-2	2,05-2	1,80-2	1,65-2
	-2	7,99-1	5,00-1	4,04-1	3,55-1	3,25-1
	+1	1,30+1	7,85	6,29	5,52	5,07
	+4	1,04+2	5,61+1	4,46+1	3,94+1	3,64+1
	+7	4,12+2	1,97+2	1,58+2	1,42+2	1,33+2
	+10	1,10+3	4,77+2	3,89+2	3,54+2	3,35+2
$^1L_{-4}^{5/2}$	-5	7,83-2	1,84-2	8,74-3	5,24-3	3,54-3
	-2	1,56	3,63-1	1,72-1	1,03-1	6,93-2
	+1	2,67+1	5,61	2,54	1,48	9,84-1
	+4	2,50+2	3,67+1	1,48+1	8,23	5,34
	+7	1,18+3	1,11+2	4,13+1	2,23+1	1,43+1
	+10	3,62+3	2,28+2	8,12+1	4,34+1	2,78+1
$^1L_{-6}^3$	-5	1,62-1	1,35-2	3,88-3	1,64-3	8,44-4
	-2	3,22	2,66-1	7,59-2	3,19-2	1,64-2
	+1	5,76+1	4,05	1,06	4,24-1	2,10-1
	+4	6,17+2	2,43+1	5,12	1,81	8,31-1
	+7	3,41+3	6,31+1	1,10+1	3,61	1,59
	+10	1,20+4	1,10+2	1,73+1	5,44	2,35
$^1L_{-2}^3$	-5	1,62-1	1,39-1	1,46-1	1,60-1	1,77-1
	-2	3,22	2,76	2,91	3,19	3,52
	+1	5,76+1	4,92+1	5,24+1	5,79+1	6,42+1
	+4	6,17+2	5,28+2	5,84+2	6,65+2	7,55+2
	+7	3,41+3	2,98+3	3,51+3	4,16+3	4,85+3
	+10	1,20+4	1,09+4	1,36+4	1,67+4	2,00+4
$^1L_{-4}^{9/2}$	-5	1,94	7,02-1	5,21-1	4,61-1	4,36-1
	-2	3,88+1	1,40+1	1,04+1	9,22	8,73
	+1	7,45+2	2,65+2	1,97+2	1,75+2	1,66+2
	+4	1,07+4	3,53+3	2,67+3	2,41+3	2,33+3
	+7	8,91+4	2,61+4	2,06+4	1,93+4	1,91+4
	+10	4,58+5	1,21+5	1,01+5	9,77+4	9,90+4
$^1L_{-6}^6$	-5	3,39+1	4,28	2,18	1,55	1,25
	-2	6,81+2	8,57+1	4,38+1	3,10+1	2,51+1
	+1	1,34+4	1,67+3	8,51+2	6,03+2	4,90+2
	+4	2,29+5	2,56+4	1,32+4	9,47+3	7,77+3
	+7	2,60+6	2,39+5	1,26+5	9,33+4	7,80+4
	+10	1,85+7	1,38+6	7,62+5	5,84+5	5,04+5
$^2L_{-2}^1$	-5	4,04-2	1,88-2	1,23-2	9,13-3	7,24-3
	-2	7,99-1	3,70-1	2,42-1	1,79-1	1,42-1
	+1	1,30+1	5,63	3,57	2,60	2,04
	+4	1,04+2	3,60+1	2,13+1	1,50+1	1,15+1
	+7	4,12+2	1,10+2	6,12+1	4,21+1	3,20+1
	+10	1,10+3	2,31+2	1,24+2	8,44+1	6,38+1
$^2L_{-4}^{1/2}$	-5	2,24-2	4,40-3	1,77-3	9,20-4	5,48-4
	-2	4,39-1	8,48-2	3,37-2	1,74-2	1,03-2
	+1	6,65	1,02	3,54-1	1,66-1	9,10-2
	+4	4,41+1	3,35	8,44-1	3,22-1	1,53-1
	+7	1,46+2	4,90	9,41-1	3,10-1	1,34-1
	+10	3,36+2	5,44	8,74-1	2,65-1	1,09-1
$^2L_{-6}^0$	-5	1,34-2	1,65-3	5,50-4	2,53-4	1,39-4
	-2	2,61-1	3,10-2	1,01-2	4,56-3	2,46-3
	+1	3,60	2,77-1	7,00-2	2,67-2	1,27-2
	+4	1,93+1	4,21-1	5,73-2	1,46-2	5,19-3
	+7	5,23+1	2,70-1	2,07-2	3,70-3	1,02-3
	+10	1,03+2	1,48-1	7,69-3	1,10-3	2,58-4
$^2L_{-2}^2$	-5	1,62-1	9,43-2	7,55-2	6,64-2	6,11-2
	-2	3,22	1,88	1,50	1,32	1,22
	+1	5,76+1	3,28+1	2,62+1	2,30+1	2,12+1
	+4	6,17+2	3,23+2	2,57+2	2,28+2	2,12+2
	+7	3,41+3	1,61+3	1,29+3	1,16+3	1,09+3
	+10	1,20+4	5,17+3	4,22+3	3,85+3	3,65+3

Tab. 6. Fortsetzung auf der nächsten Seite.

	β	0	0,1	0,2	0,3	0,4
	η					
$^2L_{-4}^{5/2}$	-5	3,53-1	6,56-2	2,89-2	1,67-2	1,10-2
	-2	7,04	1,30	5,73-1	3,30-1	2,18-1
	+1	1,30+2	2,24+1	9,60	5,46	3,58
	+4	1,56+3	2,04+2	8,06+1	4,44+1	2,86+1
	+7	1,00+4	8,82+2	3,25+2	1,75+2	1,12+2
	+10	4,01+4	2,43+3	8,63+2	4,61+2	2,95+2
	-5	8,08-1	4,62-2	1,16-2	4,54-3	2,22-3
	-2	1,62+1	9,17-1	2,30-1	8,95-2	4,37-2
	+1	3,05+2	1,56+1	3,69	1,39	6,64-1
	+4	4,04+3	1,31+2	2,62+1	9,08	4,12
$^2L_{-6}^3$	+7	2,97+4	4,89+2	8,41+1	2,73+1	1,20+1
	+10	1,35+5	1,15+3	1,79+2	5,63+1	2,43+1
	-5	8,08-1	6,94-1	7,54-1	8,47-1	9,52-1
	-2	1,62+1	1,39+1	1,51+1	1,70+1	1,91+1
	+1	3,05+2	2,62+2	2,86+2	3,23+2	3,64+2
	+4	4,04+3	3,48+3	3,92+3	4,52+3	5,18+3
	+7	2,97+4	2,61+4	3,10+4	3,70+4	4,34+4
	+10	1,35+5	1,24+5	1,55+5	1,91+5	2,29+5
	-5	1,26+1	4,23	3,20	2,88	2,77
	-2	2,53+2	8,49+1	6,42+1	5,78+1	5,56+1
$^2L_{-4}^{7/2}$	+1	4,95+3	1,65+3	1,25+3	1,13+3	1,09+3
	+4	8,05+4	2,54+4	1,95+4	1,79+4	1,74+4
	+7	8,30+5	2,39+5	1,91+5	1,80+5	1,78+5
	+10	5,39+6	1,41+6	1,18+6	1,15+6	1,17+6
	-5	2,71+2	3,00+1	1,55+1	1,11+1	9,16
	-2	5,44+3	6,01+2	3,10+2	2,24+2	1,84+2
	+1	1,08+5	1,19+4	6,12+3	4,42+3	3,64+3
	+4	1,97+6	2,02+5	1,04+5	7,64+4	6,33+4
	+7	2,62+7	2,29+6	1,22+6	9,10+5	7,69+5
	+10	2,28+8	1,64+7	9,14+6	7,03+6	6,07+6
$^0L_0^{3/2}$	-5	8,93-3	1,26-2	1,67-2	2,13-2	2,62-2
	-2	1,72-1	2,43-1	3,25-1	4,14-1	5,12-1
	+1	2,09	3,19	4,44	5,85	7,38
	+4	8,66	1,61+1	2,51+1	3,53+1	4,67+1
	+7	1,90+1	4,48+1	7,72+1	1,15+2	1,58+2
	+10	3,20+1	9,41+1	1,75+2	2,72+2	3,82+2
	-5	2,24-2	3,53-2	5,05-2	6,75-2	9,13-2
	-2	4,39-1	6,97-1	9,98-1	1,34	1,71
	+1	6,65	1,11+1	1,63+1	2,23+1	2,88+1
	+4	4,41+1	8,68+1	1,39+2	1,98+2	2,65+2
$^1L_0^{3/2}$	+7	1,46+2	3,56+2	6,22+2	9,33+2	1,28+3
	+10	3,36+2	1,01+3	1,89+3	2,95+3	4,14+3
	-5	7,83-2	1,38-1	2,09-1	2,90-1	3,79-1
	-2	1,56	2,75	4,17	5,78	7,57
	+1	2,67+1	4,87+1	7,51+1	1,05+2	1,39+2
	+4	2,50+2	5,20+2	8,52+2	1,24+3	1,67+3
	+7	1,18+3	2,97+3	5,26+3	7,94+3	1,10+4
	+10	3,62+3	1,11+4	2,10+4	3,28+4	4,62+4
	-5	6,69-3	9,90-3	1,42-2	1,96-2	2,60-2
	-2	1,19-1	1,80-1	2,62-1	3,65-1	4,89-1
$^0L_2^0$	+1	7,30-1	1,40	2,35	3,60	5,13
	+4	9,79-1	3,36	7,28	1,27+1	1,97+1
	+7	9,99-1	5,89	1,50+1	2,82+1	4,57+1
	+10	1,00	9,13	2,55+1	5,02+1	8,31+1
	-5	6,71-3	1,37-2	2,38-2	3,74-2	5,41-2
	-2	1,27-1	2,63-1	4,62-1	7,29-1	1,06
	+1	1,31	3,26	6,28	1,03+1	1,54+1
	+4	4,02	1,59+1	3,60+1	6,44+1	1,01+2
	+7	7,00	4,44+1	1,15+2	2,18+2	3,54+2
	+10	1,00+1	9,52+1	2,68+2	5,29+2	8,78+2

Tabelle 6. Werte der erweiterten FERMİ-Integrale $uL_w^r(\eta, \beta)$.

Es ist $uL_w^r(\eta, \beta) = \int_0^\infty \frac{\exp(x-\eta)}{[1+\exp(x-\eta)]^2} x^u (x+\beta x^2)^v (1+2\beta x)^w dx$. Die letzte (mit Vorzeichen versehene) Ziffer gibt den Exponenten der Zehnerpotenz an, mit der der betreffende Zahlenwert zu multiplizieren ist¹⁷.

¹⁷ Für die Aufstellung des Algolprogramms zur Berechnung dieser Integrale bin ich Herrn Dr. H. PFLEIDERER zu Dank verpflichtet. Die numerischen Rechnungen wurden im Siemens-Rechenzentrum auf einer elektronischen Rechenanlage (Siemens 2002) durchgeführt.

	β	0	0,1	0,2	0,3	0,4
	η					
$^2L_2^0$	-5	1,34-2	3,61-2	7,16-2	1,20-1	1,82-1
	-2	2,61-1	7,10-1	1,42	2,38	3,60
	+1	3,60	1,11+1	2,32+1	3,99+1	6,12+1
	+4	1,93+1	8,54+1	2,01+2	3,66+2	5,80+2
	+7	5,23+1	3,54+2	9,28+2	1,78+3	2,90+3
	+10	1,03+2	1,02+3	2,90+3	5,74+3	9,55+3
	-5	6,71-3	1,72-2	3,83-2	7,34-2	1,27-1
	-2	1,27-1	3,33-1	7,48-1	1,44	2,50
	+1	1,31	4,39	1,09+1	2,23+1	3,99+1
	+4	4,02	2,44+1	7,62+1	1,74+2	3,33+2
$^0L_2^1$	+7	7,00	7,97+1	3,00+2	7,51+2	1,51+3
	+10	1,00+1	1,98+2	8,49+2	2,25+3	4,70+3
	-5	1,34-2	4,98-2	1,31-1	2,78-1	5,08-1
	-2	2,61-1	9,84-1	2,61	5,53	1,01+1
	+1	3,60	1,59+1	4,48+1	9,75+1	1,81+2
	+4	1,93+1	1,37+2	4,50+2	1,06+3	2,05+3
	+7	5,23+1	6,50+2	2,51+3	6,33+3	1,28+4
	+10	1,03+2	2,15+3	9,36+3	2,50+4	5,22+4
	-5	4,04-2	2,05-1	6,16-1	1,39	2,64
	-2	7,99-1	4,09	1,23+1	2,78+1	5,28+1
$^2L_2^1$	+1	1,30+1	7,37+1	2,28+2	5,23+2	1,00+3
	+4	1,04+2	8,52+2	2,94+3	7,07+3	1,39+4
	+7	4,12+2	5,58+3	2,20+4	5,61+4	1,15+5
	+10	1,10+3	2,41+4	1,06+5	2,85+5	5,97+5
	-5	1,34-2	7,03-2	2,55-1	6,94-1	1,56
	-2	2,61-1	1,39	5,07	1,39+1	3,13+1
	+1	3,60	2,33+1	9,05+1	2,54+2	5,82+2
	+4	1,93+1	2,22+2	1,04+3	3,18+3	7,63+3
	+7	5,23+1	1,21+3	6,90+3	2,32+4	5,87+4
	+10	1,03+2	4,57+3	3,06+4	1,10+5	2,91+5
$^0L_2^2$	-5	4,04-2	3,14-1	1,34	3,95	9,31
	-2	7,99-1	6,27	2,68+1	7,91+1	1,87+2
	+1	1,30+1	1,15+2	5,08+2	1,52+3	3,61+3
	+4	1,04+2	1,44+3	7,19+3	2,28+4	5,57+4
	+7	4,12+2	1,06+4	6,25+4	2,13+5	5,44+5
	+10	1,10+3	5,20+4	3,54+5	1,29+6	3,42+6
	-5	1,62-1	1,79	8,65	2,70+1	6,6+1
	-2	3,22	3,59+1	1,73+2	5,43+2	1,32+3
	+1	5,76+1	6,90+2	3,39+3	1,07+4	2,61+4
	+4	6,17+2	1,03+4	5,51+4	1,80+5	4,48+5
$^0L_4^{3/2}$	+7	3,41+3	9,8+4	5,97+5	2,06+6	5,31+6
	+10	1,20+4	6,11+5	4,23+6	1,55+7	4,12+7
	-5	2,24-2	7,91-1	1,10+1	7,51+1	3,35+2
	-2	4,39-1	1,58+1	2,20+2	1,51+3	6,73+3
	+1	6,65	2,99+2	4,31+3	2,98+4	1,33+5
	+4	4,41+1	4,30+3	7,16+4	5,19+5	2,38+6
	+7	1,46+2	4,0+4	8,25+5	6,51+6	3,12+7
	+10	3,36+2	2,55+5	6,41+6	5,50+7	2,76+8
	-5	5,94-3	2,43-2	9,25-2	2,80-1	7,00-1
	-2	1,10-1	4,68-1	1,82	5,55	1,39+1
$^0L_4^{1/2}$	+1	9,10-1	6,11	2,83+1	9,27+1	2,41+2
	+4	1,94	3,74+1	2,41+2	9,07+2	2,54+3
	+7	2,62	1,44+2	1,20+3	5,06+3	1,50+4
	+10	3,15	4,19+2	4,19+3	1,91+4	5,92+4

folgt aus (26) :

$${}^q M_{ikn}^0 = e n_n | \bar{\mu}_{qn} | i \left(\frac{k_0 T}{e} \right)^{\frac{i+k-4}{2}} \cdot \left[\frac{\frac{i+k-4}{2}}{L_{-2i}^{-2}} \frac{(q+2)i-3}{(0L_0^{3/2})^{i-1}} \right] / \left({}^0 L_0^{\frac{q+5}{2}} \right)^i \quad (53)$$

Hierbei ist die Ladungsträgerkonzentration nach (29) :

$$n_n = 2 \left(\frac{2 \pi m_n k_0 T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{2}{3} {}^0 L_0^{3/2} \quad (54)$$

und die makroskopische Beweglichkeit gemäß (32) :

$$| \bar{\mu}_{qn} | = | \mu_{q0n} | m^{\frac{q-2}{2}} \hbar^{2-q} (2 k_0 T)^{\frac{q+2}{2}} \frac{{}^0 L_0^{\frac{q+5}{2}}}{{}^0 L_0^{3/2}}. \quad (55)$$

Die von KOLODZIEJCZAK⁹ eingeführten Integrale (52) (erweiterte FERMI-Integrale) wurden auszugsweise berechnet und sind in Tab. 6 für $-5 \leq \eta \leq +10$ und $0 \leq \beta \leq 0,4$ zusammengestellt. Für $\beta=0$ er-

hält man die FERMI-Integrale

$${}^u L_w^v (\eta, 0) = (u+v) \cdot F_{u+v-1}(\eta). \quad (56)$$

Die speziell für das InSb-Leitungsband maßgebenden ${}^q M_{ikn}^0$ (53) sind in den Tab. 5 a und 5 b für Streuung an akustischen und optischen Phononen sowie an Ionen aufgeführt. Für $\beta=0$ geht (53) bei Berücksichtigung von (56) und (36) ($q=2r-3$) in die Formel für parabolische Bänder (38) über.

Diese für reine Streumechanismen durchgeführte Transporttheorie kann auf gemischte Streuung ausgedehnt werden. Dazu ist die aus den Einzelstreuemechanismen resultierende Beweglichkeit

$$(\mu_{\bar{q}r})^{-1} = \sum_q (\mu_{qr})^{-1} \quad (57)$$

in die Transportintegrale (M_{ik}) einzusetzen. Dies führt natürlich auf kompliziertere Integralformen.

Die thermomagnetischen Effekte von Indiumantimonid oberhalb Zimmertemperatur*

Von H. WAGINI

Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke AG, Erlangen

(Z. Naturforschg. 19 a, 1541—1560 [1964]; eingegangen am 28. Februar 1964)

Die galvano- und thermomagnetischen Effekte von 4 InSb-Proben verschiedener Störstellenkonzentration wurden im Temperaturintervall von 20—450 °C zwischen 0 und 7 kG untersucht. Es wurden gemessen: spezifisch elektrische Leitfähigkeit, absolute differentielle Thermospannung, Wärmeleitfähigkeit, HALL-Koeffizient, ETTINGHAUSEN-NERNST-Koeffizient, RIGHI-LEDUC-Koeffizient, Änderung der spezifisch elektrischen Leitfähigkeit, der differentiellen Thermospannung und der Wärmeleitfähigkeit im Magnetfeld. Die experimentellen Ergebnisse des eigenleitenden InSb lassen sich von der dem nichtparabolischen Leitungsband des InSb angepaßten Transporttheorie für isotrope Zweibandleiter am besten wiedergeben, wenn Streuung der Elektronen an optischen Phononen angenommen wird.

Indiumantimonid (InSb) aus der Gruppe der von WELKER^{1, 2} entdeckten A^{III}B^V-Halbleiter erweckte seit den ersten elektrischen Messungen von WEISS³ größtes Interesse, da ungewöhnlich hohe Elektronenbeweglichkeiten gefunden wurden. (Neuere Werte bei Zimmertemperatur: μ_n (InSb) $\approx 77\,000$; μ_n (Ge) ≈ 3900 ; μ_n (Metalle) $\approx 10 - 100 \text{ cm}^2/\text{Vsec}$). Diese Besonderheit zusammen mit der relativ ein-

fachen präparativen Herstellung (Schmelzpunkt 523 °C) machten in der Folgezeit das InSb zur Modellsubstanz der III-V-Verbindungen. Zahlreiche experimentelle wie theoretische Untersuchungen haben inzwischen auf diesem Gebiet wesentliche Erkenntnisse gebracht. Das Ergebnis dieser Arbeiten ist in einigen Monographien zusammengetragen⁴⁻⁷. Insbesondere ist die Bandstruktur des InSb durch

* Zweite Teilveröffentlichung der Dissertation an der Universität München.

¹ H. WELKER, Z. Naturforschg. 7 a, 744 [1952].

² H. WELKER, Z. Naturforschg. 8 a, 248 [1953].

³ H. WEISS, Z. Naturforschg. 8 a, 463 [1953].

⁴ H. WELKER, Erg. exakt. Naturwiss. 29, 275 [1956].

⁵ C. HILSUM u. A. C. ROSE-INNES, Semiconducting III-V Compounds, Pergamon Press, London 1961.

⁶ H. EHRENREICH, J. Appl. Phys., Suppl. 32, 2155 [1961].

⁷ O. MADELUNG, Physics of III-V-Compounds, J. Wiley & Sons, New York 1964.